



Модели сетевого анализа

Ф.Т. Алескеров
НИУ ВШЭ, ИПУ РАН

Баку, 05.03.2026

Мотивация

- **Важность обнаружения ключевых вершин:**
 - Наиболее влиятельные элементы сети
- **Значительная роль косвенных связей:**
 - Скрытые участники;
 - Непредсказуемые явления
- **Влияние групп вершин на отдельные вершины**

Связанная литература: Классические центральные меры

Центральность по степени: кол-во инциденций

Центральность по собственному вектору: λ_{\max} : $Ax = \lambda_{\max}x$

Не только соседние, но также длинные связи

Центральность по посредничеству: $B_i = \sum_{uv} \sigma_{uv}(i) / \sigma_{uv}$

Число кратчайших путей, проходящих через узел

Центральность по близости: $C_i = 1 / \sum_j d_{ij}$

Чем больше близких вершин, тем лучше

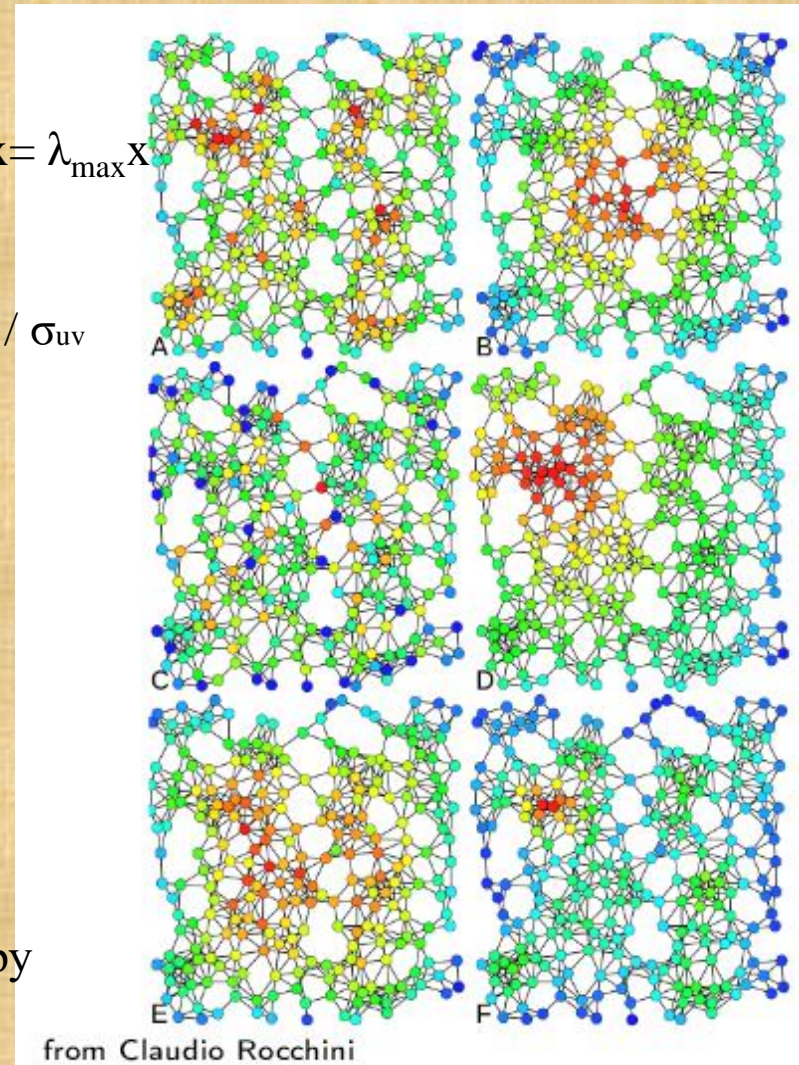
Центральность PageRank: $x_i = \alpha \sum_j A_{ij} x_j / n_j + \beta$

Рассматриваются степени соседей

Центральность по Кацу: $x = \alpha Ax + \beta 1$

Обобщенная центральность по собственному вектору

(штрафы, нет ненулевых решений)



Модель центральности в сетях с учетом группового влияния

Предложены новые индексы центральности, Bundle индекс и Pivotal индекс, учитывающие групповые взаимодействия вершин сети типа одностороннего. Индексы предназначены для расчета групповой центральности в сетях, заданных в виде направленного взвешенного графа.

Для каждой вершины сети задан параметр – квота, определяющий пороговое значение сумм весов входящих в вершину дуг. Группа вершин учитывается, как влиятельная, критическая группа для заданной вершины, если сумма весов дуг, исходящих из вершин группы и входящих в данную вершину больше или равна квоте.

В таких критических группах могут находиться вершины, обладающие ключевой позицией в них в связи квотой, т.е. от их нахождения в группе зависит, является ли группа критической. Чем больше таких вершин в критических группах для данной вершины, тем большим влиянием эта вершина обладает.

Формальная модель

$G = (V, W)$ - взвешенный направленный граф на n вершинах.

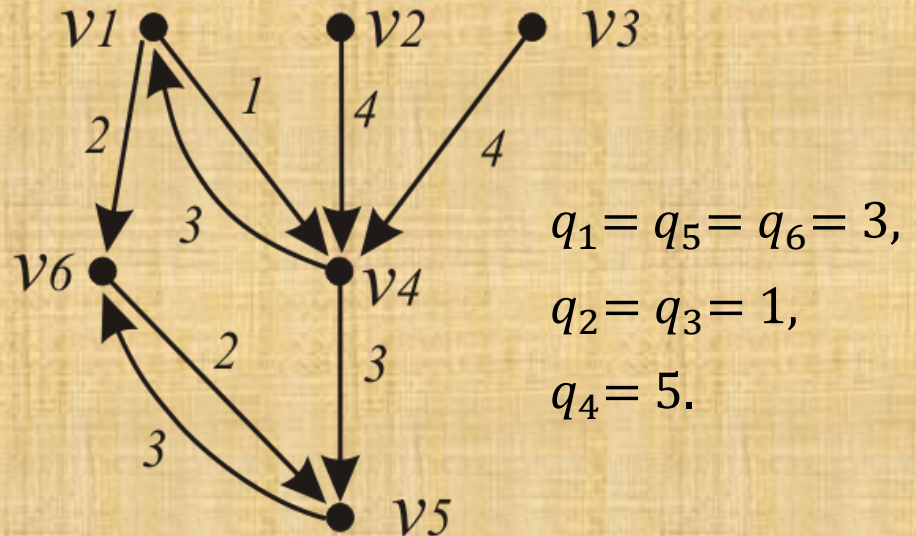
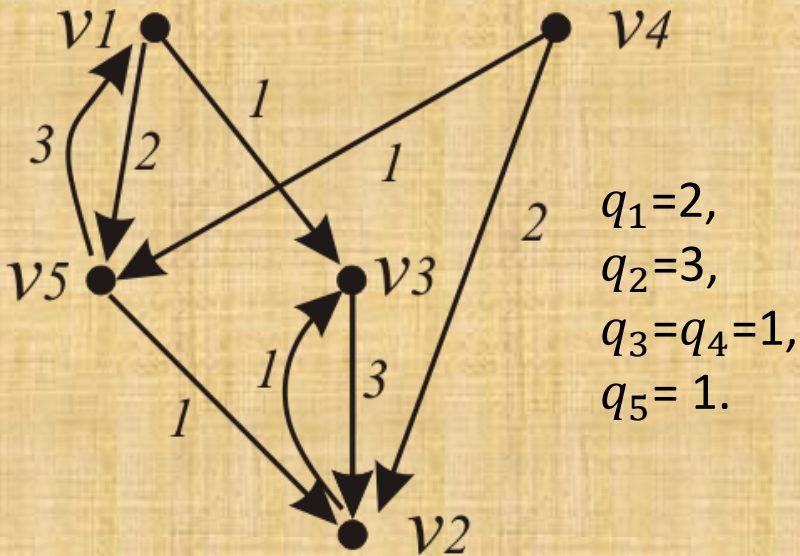
$V = \{v_i\}, i = \overline{1, n}$ - вершины,

$W = \{w_{ij}\}$ - веса дуг.

Для каждой вершины $i \in V$ задана квота q_i .

Не более чем k вершин может влиять на вершину в составе группы.

Примеры сети:



Bundle индекс (Индекс групповых влияний)

Значение Bundle индекса $BI=(BI_i)$ для вершины i определено, как число критических групп для этой вершины, т.е. число множеств вершин сети, состоящих из не более чем k элементов, для которых сумма весов дуг, исходящих из них в вершину i не меньше, чем квота q_i .

Для каждой вершины i , для каждого подмножества вершин $S \subseteq V \setminus \{i\}$, таких, что $|S| \leq k$, и для всех вершин $j \in S$, таких, что $w_{ji} \neq 0$, значение Bundle индекса определяется следующим образом

$$BI_i = \sum_S BI_i(S),$$

где

$$BI_i(S) = \begin{cases} 1, & \text{if } \sum_{j \in S} w_{ji} \geq q_i, \\ 0, & \text{else.} \end{cases}$$

Значения BI_i нормированы таким образом, чтобы их сумма по всем вершинам была равна 1.

Pivotal индекс (индекс ключевых участников)

Значение Pivotal индекса PI_i для вершины i определено, как суммарное число ключевых вершин $PI_i(S)$ в множествах S , при этом такие множества должны удовлетворять следующим условиям $S \subseteq V \setminus \{i\}$, $|S| \leq k$, $\forall j \in S$, $w_{ji} \neq 0$ и быть критическими множествами для вершины i

$$PI_i = \sum_S PI_i(S).$$

Вершина $j_p \in S$ называется ключевой для вершины $i \in V$ в критическом множестве $S \subseteq V \setminus \{i\}$ при заданной квоте q_i , если выполняется следующее условие

$$\sum_{j \in S} w_{ji} \geq q_i, \text{ but } \sum_{j \in S \setminus \{j_p\}} w_{ji} < q_i,$$

т.е. множество S перестает быть критическим при выходе из него вершины j_p .

Значения PI_i нормируются таким образом, чтобы их сумма по всем вершинам было равна 1.

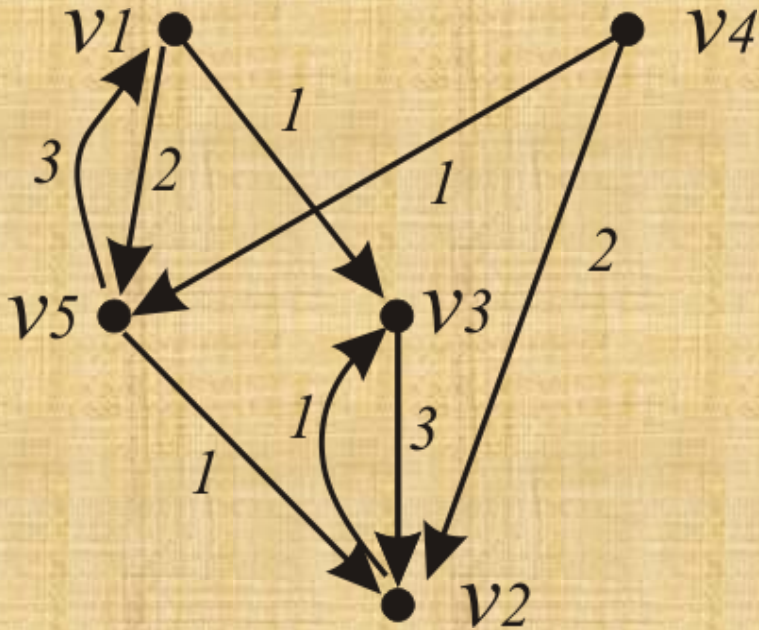
Взвешенный Pivotal индекс

Взвешенный Pivotal индекс $PI'=(PI'_i)$ отличается от PI тем, что в процессе суммирования по всем критическим множествам, число ключевых элементов критического множества S умножается на мощность этого множества

$$PI'_i = \sum_S |S| \cdot PI_i(S).$$

Пример

В качестве примера сети рассмотрим следующий граф.



Пример сети

Квоты: $q_1=2, q_2=3, q_3=q_4=1, q_5=1$.

Матрица смежности

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5
v_1	0	0	1	0	2
v_2	0	0	1	0	0
v_3	0	3	0	0	0
v_4	0	2	0	0	1
v_5	3	1	0	0	0

Пример

Расчет значений индексов для вершины v_2

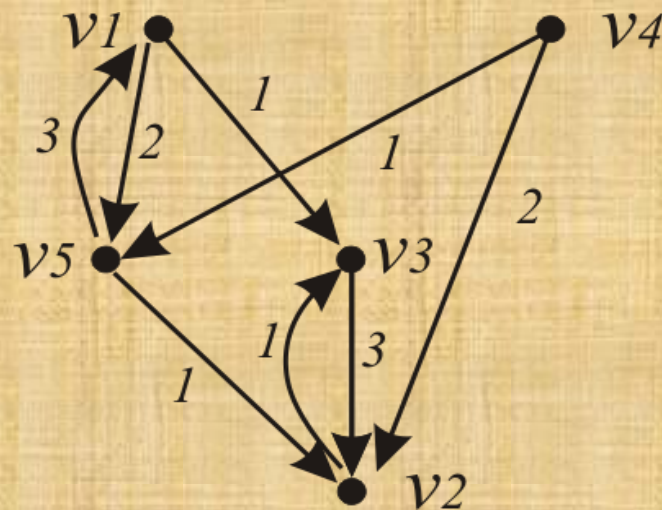
Приведем список всех критических множеств для вершины v_2 , квота $q_2 = 3$.

Критическое мн-во для v_2	Сумма весов дуг	Ключевые вершины
{3}	3	v_3
{3,4}	5	v_3
{3,5}	4	v_3
{4,5}	3	v_4, v_5
{3,4,5}	6	-

$BI_2 = 5$, т.к. всего 5 критических множеств.

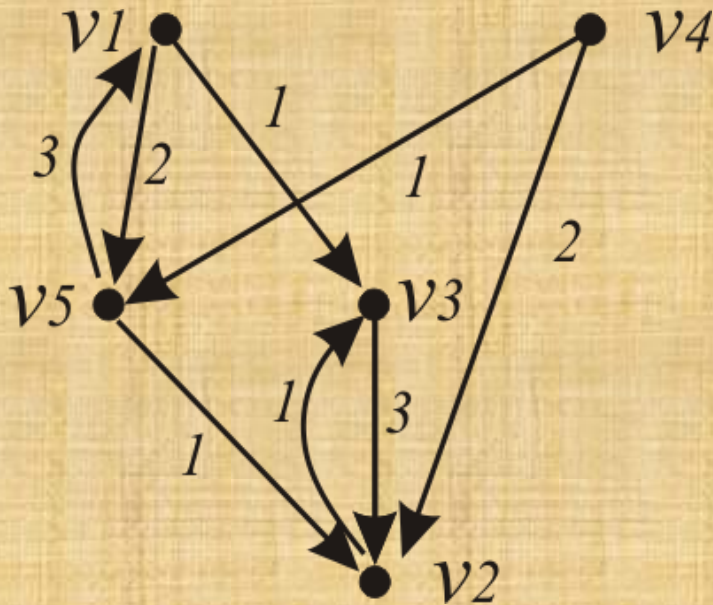
$PI_2 = 5$, т.к. во всех критических множествах всего 5 ключевых вершин.

$PI'_2 = 9$, т.к. 4 из 5 ключевых вершин содержатся в критических множествах мощности 2 и одна в множестве мощности 1, таким образом, $PI'_2 = 9$.



Пример

Ненормированные значения индексов приведены в таблице, для сравнения приведена также взвешенная полустепень захода (Copeland in-degree, CI).



$$q_1=2, q_2=3, q_3=q_4=1, q_5=1.$$

	BI	PI	PI'	CI
v1	1	1	1	3
v2	5	5	9	6
v3	3	2	2	2
v4	0	0	0	0
v5	2	2	3	3

Для вершины v_2 значения индексов максимальны.

Сеть международной миграции

Со-авторы

Анна Резянова,

Вячеслав Якуба

Тренды международной миграции

- 272 миллиона международных мигрантов в мире или 3,5% от мирового населения (по данным на сентябрь 2019),
- рост на 51 миллион мигрантов с 2010 (UN DESA)
- Миграционный кризис в Европе 2015-2016гг.

Обзор литературы

- **Применение сетевого анализа к проблеме международной миграции:**
 - Численность мигрантов по странам: классические индексы центральности для взвешенных и невзвешенных сетей, кластеры с наиболее взаимосвязанными странами (Fagiolo and Mastrorillo, 2012)
 - Потоки международной миграции: классические индексы центральности для стран ОЭСР, моделирование миграции между странами ОЭСР с помощью социально-экономических факторов (Tranos, Gheasi, Nijkamp, 2015)

Данные

- Данные по потокам международной миграции – базы данных OECD и Eurostat (OECD, 2019; Eurostat, 2019)
- Различные критерии для определения страны происхождения мигрантов: гражданство, место рождения, место постоянного проживания
- Данные по населению (World Bank, 2019)

Данные

- При наличии данных в двух базах данных – предпочтение данным по критерию места проживания, более поздней версии базы данных;
- При расхождениях в 5% данных взято среднее либо максимальное значение
 - Страны назначения и происхождения мигрантов предоставили разные данные.
- Петли в данных (0,4% наблюдений) исключены из анализа
 - Страны происхождения и назначения мигранта совпадают



- В результате получены ежегодные данные по международным потокам миграции

Описание базы данных

- База данных ООН потоков международной миграции за 2008 и 2015 годы (<http://www.un.org/>)

	v2008	v2015
Страны	28	45
Период	1970-2007	1980-2013
Критерии для страны происхождения	Место жительства, гражданство, место рождения	

- Население, всего, 1960-2014, Всемирный банк (<http://data.worldbank.org/>)

Критерии для страны происхождения

Критерии для страны происхождения

Гражданство: страна гражданства мигрантов;

- **Место жительства:** страна предыдущего проживания мигрантов;
- **Место рождения.**

Количество стран	v2008		v2015	
	Притоки	Оттоки	Притоки	Оттоки
Гражданство	7	7	36	37
Место проживания	21	21	43	44
Место рождения	1	-	1	-

Процедуры агрегирования:

1. Предпочтение проживания;
2. Предпочтение для последней версии (2015).

Петли в данных

Объяснение петель:

- Вернувшиеся граждане (Испания, Швеция);
- Внешние территории (Австралия).

В целом: нет информации о стране происхождения.



Все петли удалены

Несоответствие данных

- Несоответствие в 5% наблюдений

Использовалось следующее правило:

- Если $minvalue \leq 10$ и $maxvalue / minvalue \geq 1000 \Rightarrow$ максимальное значение;
 - Пример: миграционные потоки из Румынии в 2007 году
- Иначе \Rightarrow среднее значение.

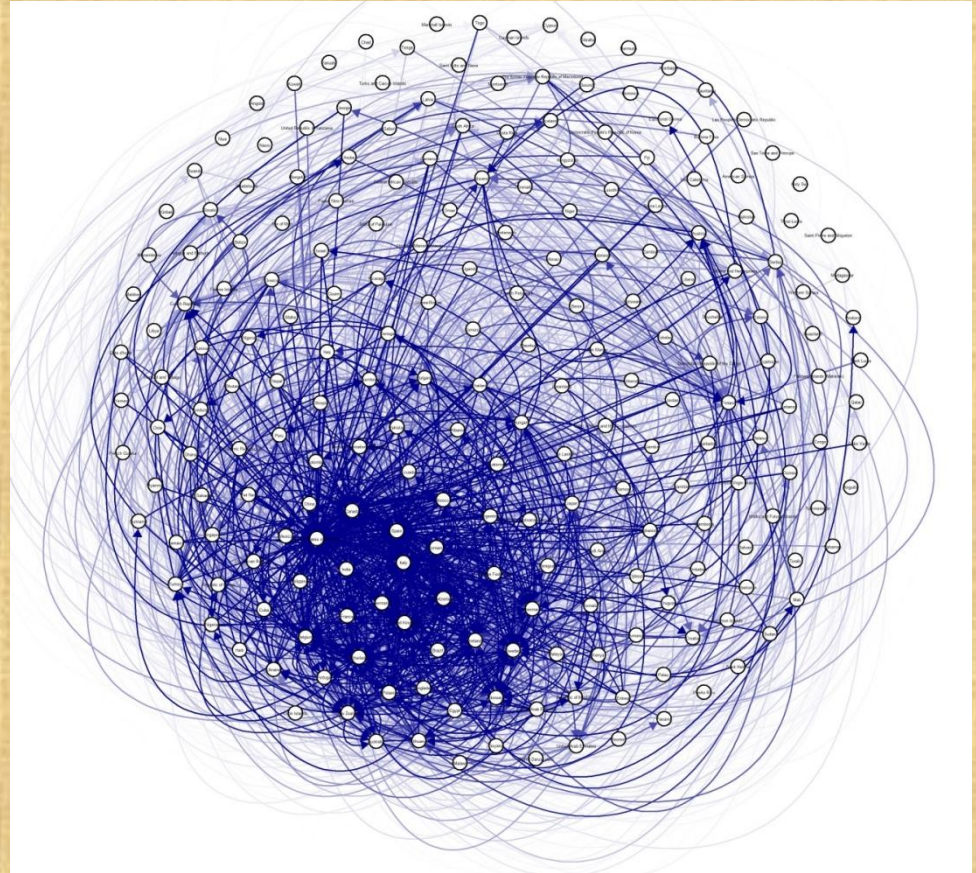


Результат: Ежегодные данные о миграционных потоках с 1970 по 2013 год.

Методология исследования

Мы моделируем миграцию как сеть, где

- Вершины - страны;
- Дуги - миграционные потоки.



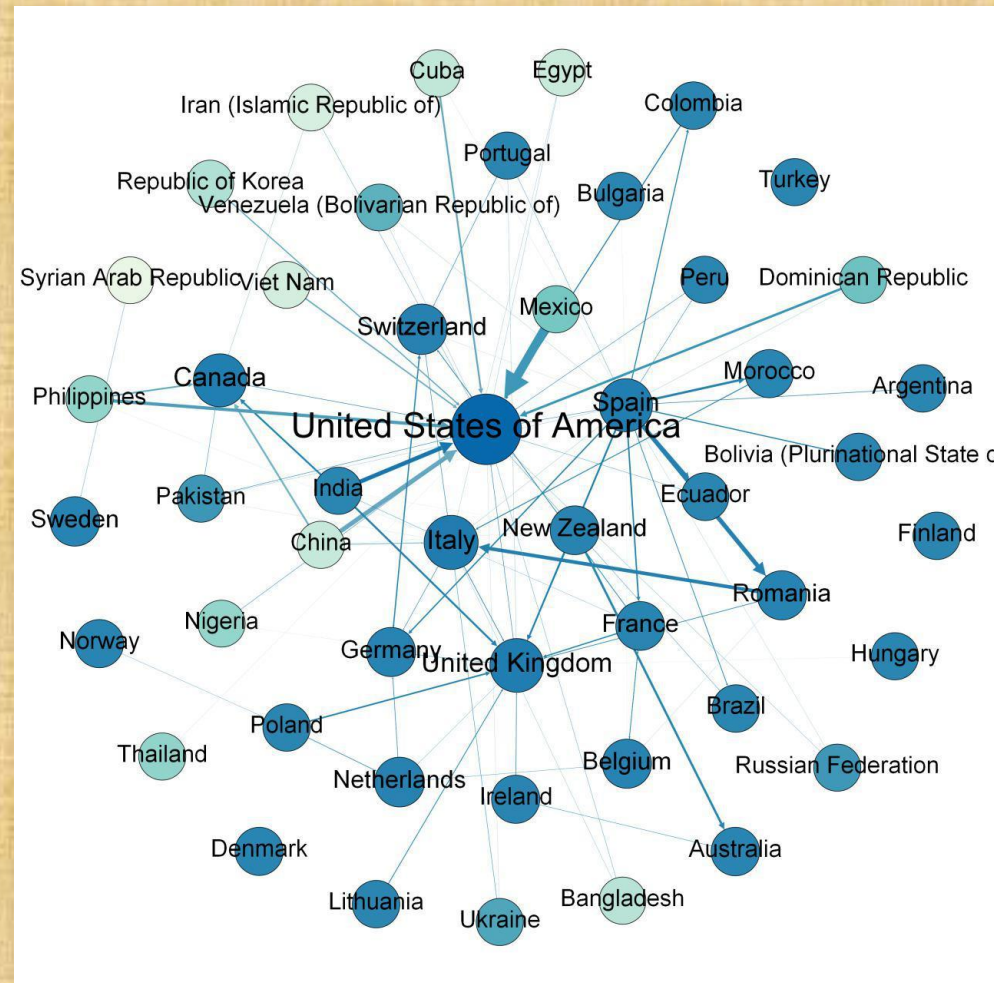
Глобальная миграция в 2013.

Центральность в сети миграции в 1998 г.

Страна	Weighted In-degree (Inflow)	Weighted Out-degree (Outflow)	Weighted Degree (Total)	Copeland (Net flow)	Closeness	PageRank	Eigenvector
Germany	1	1	8	1	4	1	1
USA	2	8	1	2	3	3	3
Russian Federation	3	3	2	3	24	11	6
United Kingdom	4	4	6	4	16	2	5
Australia	5	6	7	5	11	4	11
Italy	6	11	4	7	7	8	7
Canada	7	32	3	10	6	6	18
France	8	15	5	8	17	5	12
Netherlands	9	21	9	12	1	7	15
Bosnia and Herzegovina	10	16	13	13	21	10	2
Poland	12	9	219	11	23	17	4
Switzerland	13	22	14	17	8	12	19
Austria	14	19	20	16	5	15	14
Croatia	15	55	10	23	42	14	10
Ukraine	16	5	228	9	38	27	16
New Zealand	17	17	157	20	2	9	23
Turkey	18	12	218	14	30	21	8
Serbia and Montenegro (former)	20	13	221	18	31	24	9
Sweden	21	31	17	24	10	20	28

Сеть международной миграции

- Вершины – страны
- Ребра – потоки миграции



Результаты (Топ-10 стран 2015г.)

Total Influence	Copeland Influence	Bundle Influence	Pivotal Influence
Germany	Germany	Germany	Germany
United States	United States	United States	United States
United Kingdom	United Kingdom	United Kingdom	United Kingdom
France	Republic of Korea	Spain	France
Spain	Japan	France	Italy
Italy	Spain	Canada	Spain
Canada	Italy	Italy	Canada
Japan	Canada	Australia	Japan
Republic of Korea	France	Austria	Republic of Korea
Australia	Australia	Japan	Poland

Размер группы - 3, квота - 0,01% от населения принимающей страны

Сеть конфликтов

Со-авторы

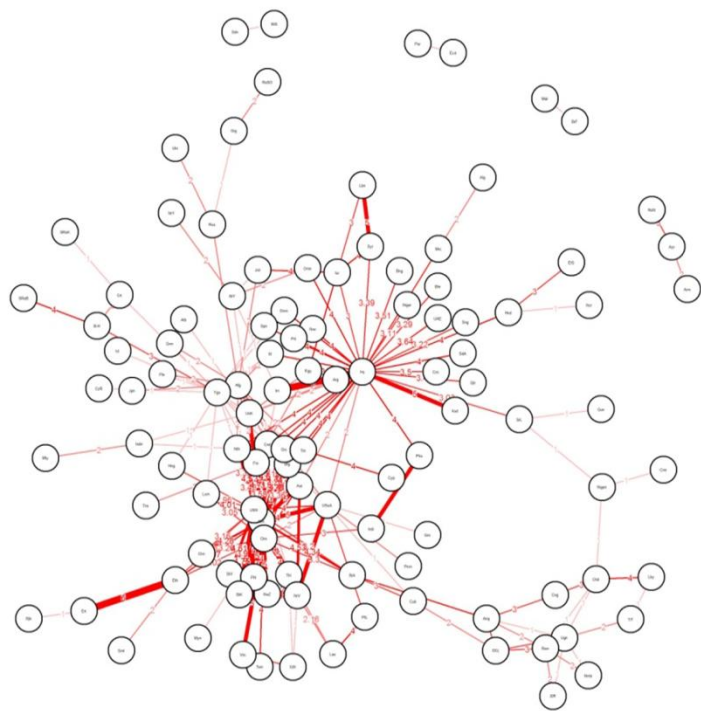
Мария Курапова

Наталья Мещерякова

Сергей Швыдун

Цели исследования

- Это исследование является одной из первых попыток объяснить международные конфликты с точки зрения сетевого подхода.



Мы моделируем международные конфликты как сеть, где:

- Вершины - страны;
- Дуги - факт конфликта.

Интенсивность взаимодействия в сети - это интенсивность конфликта (в результате смертей, связанных с боевыми действиями).

Задача исследования:

- Моделировать сеть международных конфликтов.
- Выявить наиболее влиятельные страны за определенные периоды путем применения соответствующих индексов центральности.

Описание базы данных

- Набор данных вооруженных конфликтов UCDP / PRIO (период 1946-2014 гг., 193 страны), <https://www.prio.org/Data/Armed-Conflict/UCDP-PRIO/>

UCDP определяет конфликт как «спорную несовместимость, касающуюся правительства и / или территории, где использование вооруженной силы между двумя сторонами, из которых хотя бы одно является правительством государства, приводит к по меньшей мере 25 смертям, связанным с боевыми действиями».

В этом исследовании мы сосредоточились на двух типах конфликтов:

- Межгосударственный вооруженный конфликт происходит между двумя или более государствами.
- Интернациональный внутренний вооруженный конфликт происходит между правительством государства и одной или несколькими внутренними оппозиционными группами с вмешательством других государств (второстепенных сторон) с одной или обеих сторон.

- Набор данных по смертям, связанным с боевыми действиями UCDP (Период: 1946-2014), http://www.pcr.uu.se/research/ucdp/datasets/ucdp_battle-related_deaths_dataset/

Информация о ежегодных смертельных случаях, связанных с боевыми действиями, во всех конфликтах из набора данных UCDP / PRIO Armed Conflict Dataset.

- Базы данных ВВП :

- База данных проекта Maddison (период 1946-1969), <http://www.ggdnc.net/maddison/maddison-project/home.htm>;
- Данные национальных счетов (период 1970-2014), <http://unstats.un.org/unsd/nationalaccount/data.asp>.

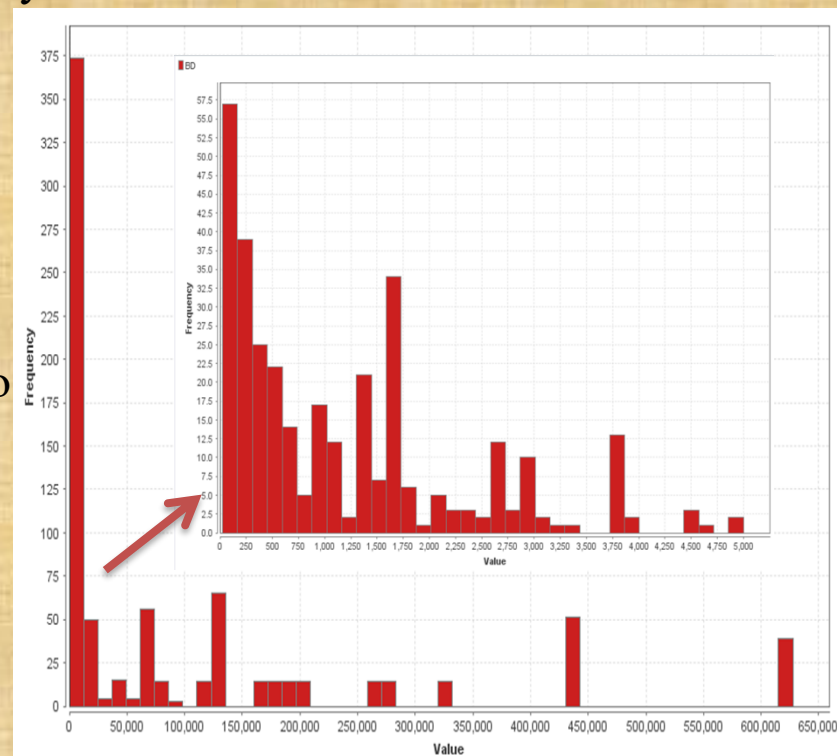
Интенсивность конфликта

- Мы используем интенсивность конфликта как интенсивность взаимодействия в сети

Уровни интенсивности конфликтов в результате смертей, связанных с боевыми действиями:

- 1 уровень - до 500 жертв включительно;
- 2 уровень - от 500 до 2000 включительно;
- 3 уровень - от 2000 до 5000 включительно;
- 4 уровень - от 5000 до 20000 включительно;
- 5 уровень - от 20000 до 50000 включительно
- 6 уровень - более 50000 жертв.

photo

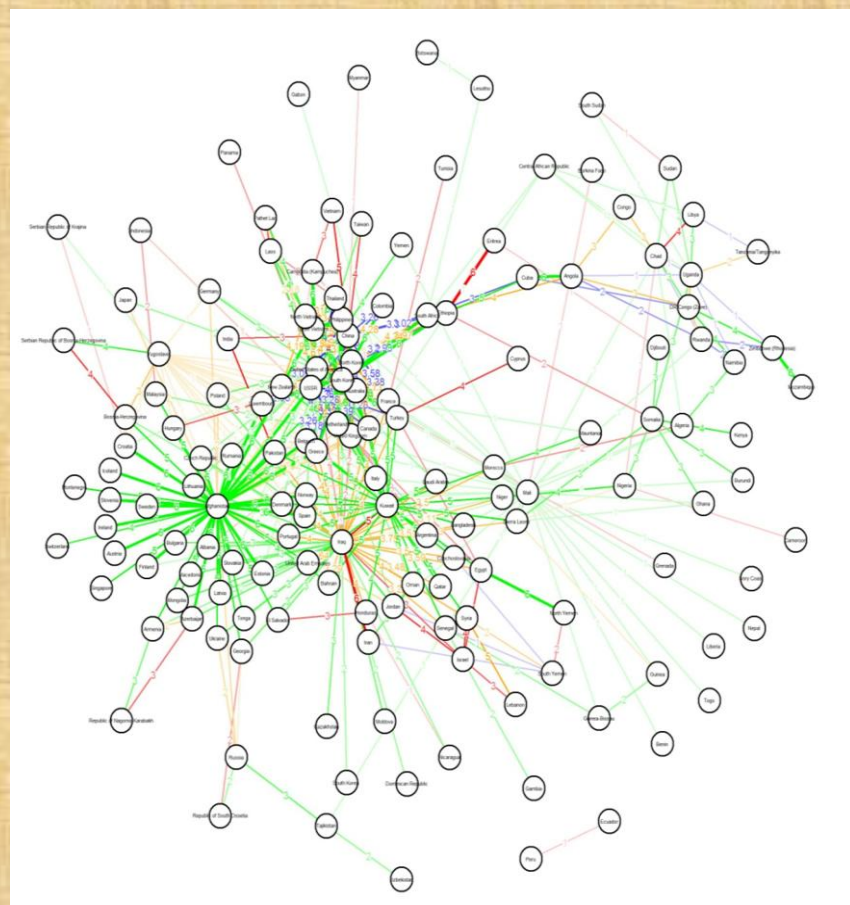


Предварительные допущения

- Если страна А поддерживает страну В в конфликте со страной С, то страна А также находится в конфликте со страной С, но его интенсивность на один уровень ниже.
- Если в конфликте страны А со страной В страна С поддерживает А, а страна D поддерживает В, то С и D также конфликтует, но интенсивность конфликта уменьшается на два уровня относительно конфликта А и В.
- Эти предположения также относятся к уровню поддержки стран, поскольку уровень поддержки эквивалентен уровню конфликта.

Цвета

- **Красный** – Прямой конфликт;
- **Зеленый** – поддержка;
- **Оранжевый** – Опосредованный конфликт первого порядка (если страна А находится в состоянии войны со страной В, а С поддерживает А, конфликт С и В обозначается оранжевым цветом);
- **синий** – Опосредованный конфликт второго порядка (если есть конфликт стран А и В, С поддерживает страну А, а страна D поддерживает В, конфликт между С и D будет обозначен синим).



Периоды

- **1946 - 1956:** период после окончания Второй мировой войны (Основные события: 1945-1954 г Индокитайская война, 1948-1949 гг Первая арабо-израильская война, 1950-1953 гг-Корейская война, 1956 г - Суэцкий кризис и события в Венгрии);
- **1957 - 1975:** период крушения колониальной системы и гонки вооружений (Основные события: война во Вьетнаме 1957-1975, революция на Кубе в 1958 году, кризис в Берлине 1961, Карибский кризис 1962, гражданская война в Камбодже в 1967-1975 гг);
- **1976-1990:** период до распада СССР (основные события: война 1979-1989 годов в Афганистане, 1980-1988 гг ирано-иракская война, 1977 г - египетско-ливийская война, 1979 г - вьетнамско-китайская война);
- **1991 - 2000 гг .:** период после распада СССР (основные события: 1991-1992 гг. война в Южной Осетии, 1991 г. войны в Персидском заливе, 1991-1994 гг. война в Н.Карабахе, 1992-1993 гг. Грузино-абхазская война, 1998-1999 гг. война НАТО и Югославии);
- **2001 - 2007:** Основные события: 2001-2014 война в Афганистане; вторжение войск коалиции в Ирак в 2003 году;
- **2008 - 2014 гг .:** Основные события: конфликт Грузии и Южной Осетии, война в Украине.

Индексы центральности

1946 - 1956: период после окончания Второй мировой войны

Страна	PageRank	Страна	Eigenvector
North Korea	0.131	North Korea	1
USSR	0.113	USSR	0.758
China	0.100	China	0.694
Israel	0.075	South Korea	0.558
United Kingdom	0.038	United Kingdom	0.416
France	0.033	France	0.415
South Korea	0.033	United States of America	0.376
India	0.033	Canada	0.371
Pakistan	0.033	Netherlands	0.353
Egypt	0.026	Australia	0.353

Страна	SRI	Страна	LRI (SumPaths)
North Korea	0,307	USSR	0,117
USSR	0,240	China	0,115
China	0,114	North Korea	0,115
Pakistan	0,062	Thailand	0,047
Egypt	0,022	France	0,038
South Korea	0,021	United Kingdom	0,038
United Kingdom	0,017	New Zealand	0,037
France	0,017	Greece	0,037
Thailand	0,016	South Korea	0,037

Квота для индексов SRIC and LRIC : $q = 5$

Индексы центральности

2008 - 2014 (Основные события: конфликт Грузии и Южной Осетии, война в Украине).

Страна	PageRank	Страна	Eigenvector
Азербайджан	0.081	Россия	1
Конго	0.081	Украина	0.894
Грузия	0.065	Грузия	0.447
Россия	0.065	Пакистан	0.0001
Камбоджа	0.055		
Джибути	0.055		
Эритрея	0.055		
Индия	0.055		
Пакистан	0.055		
Южный Судан	0.055		

Страна	SRI	Страна	LRI (SumPaths)	Страна	Simul
Пакистан	0,387	Украина	0,282	Грузия	0,300
Украина	0,263	Грузия	0,282	Украина	0,275
Грузия	0,131	Пакистан	0,276	Пакистан	0,269
Камбоджа	0,081	Камбоджа	0,057	Камбоджа	0,056
Индия	0,044	Индия	0,031	Индия	0,031
Россия	0,039	Россия	0,028	Россия	0,027
Южный Судан	0,015	Южный Судан	0,010	Южный Судан	0,010
Армения	0,013	Армения	0,009	Армения	0,009
Конго	0,006	Конго	0,004	Уганда	0,005
Судан	0,003	Уганда	0,004	Конго	0,004

Квота для индексов SRIC and LRIC: $q = 5$

Результаты

- Сетевой анализ - это перспективный подход к изучению международных конфликтов в динамике.
- Новые индексы центральности выявляют наиболее влиятельные страны в определенные периоды и определяют интересные случаи, когда, на первый взгляд, слабая страна имеет влияние в сети, или же страна, которая не участвует в конфликте напрямую, является более влиятельной, чем страна-участница конфликта.

**Сетевой анализ
в условиях глубокой неопределенности:
проблема продовольственной
безопасности**

Глубокая неопределенность

Ситуация глубокой неопределенности характеризуется отсутствием каких-либо статистических оценок развития ситуации*.

Для моделирования последствий в условиях глубокой неопределенности используется сценарный анализ.

*Bloemen P. J. T. M. et al. DMDU into practice: Adaptive Delta Management in the Netherlands //Decision Making under Deep Uncertainty. – Springer, Cham, 2019. – С. 321-351.

Основы сетевого анализа

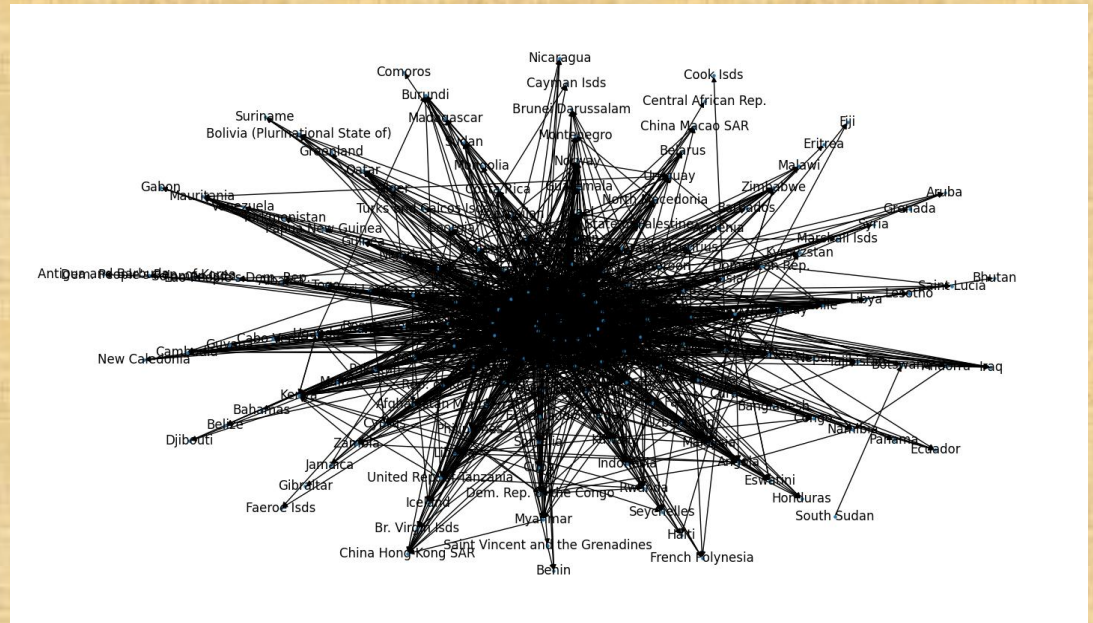
В настоящее время сетевой анализ находит широкое применение в задачах моделирования социальных, экономических, логистических процессов и т. д.

Сеть представляет собой множество вершин, соединенных ребрами. В зависимости от рассматриваемой модели ребра могут иметь направления.

Основы сетевого анализа. Пример

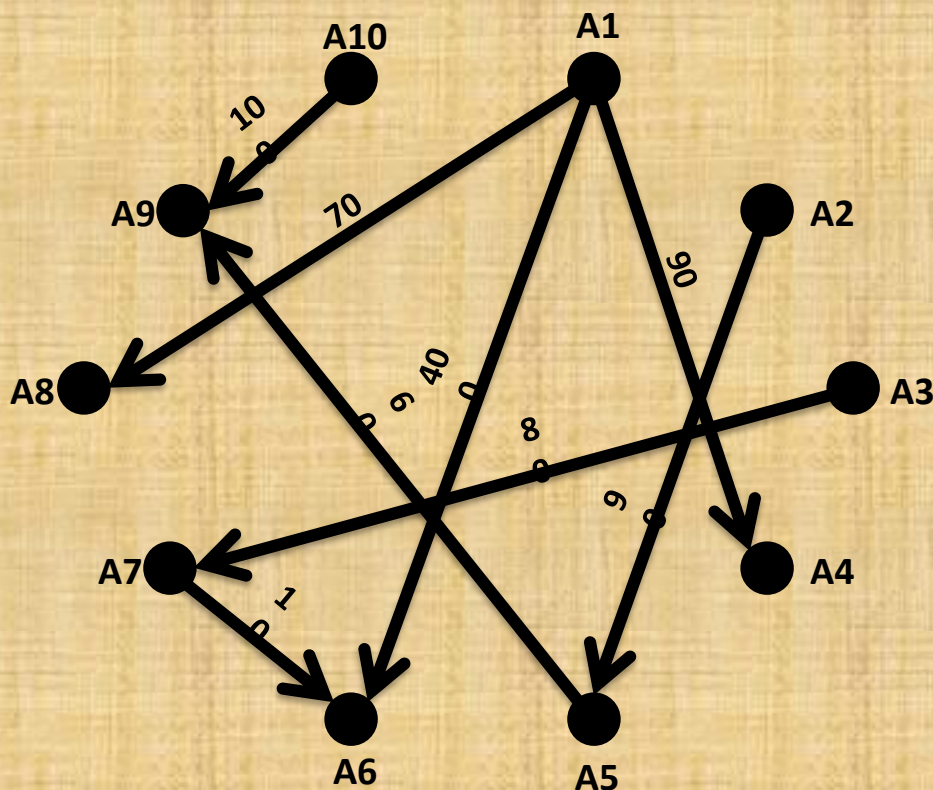
Рассмотрим сеть экспорта/импорта продовольствия между странами.

Вершины обозначают страны, стрелки – направление экспорта/импорта.



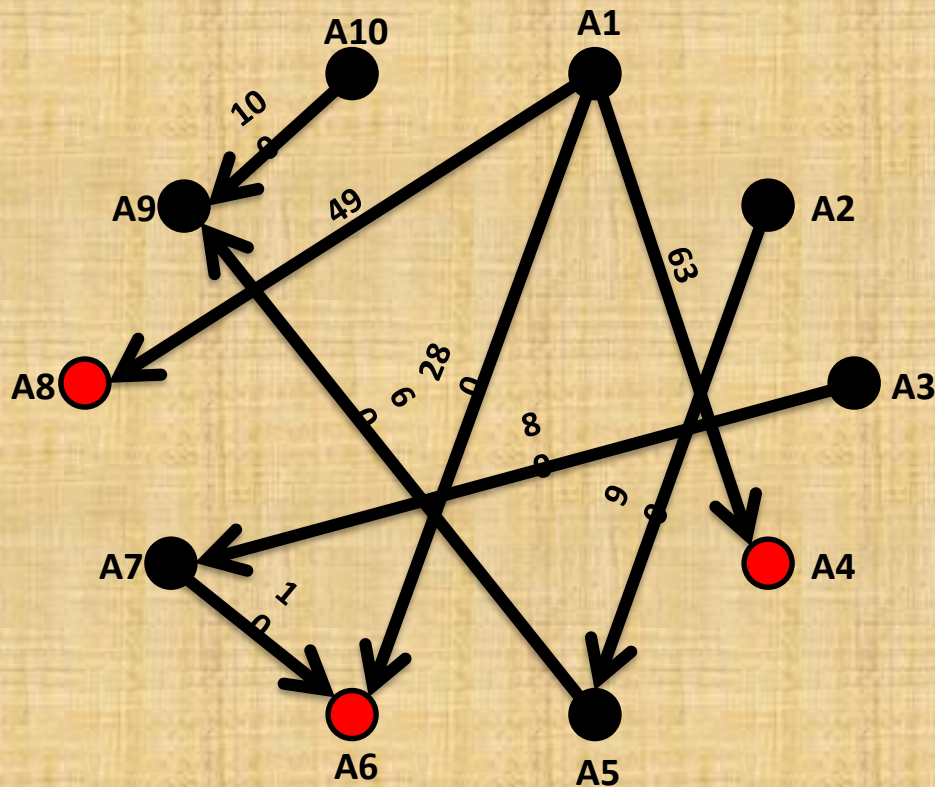
Пример сети экспорта/импорта пшеницы в 2020 году

Пример: 10 стран



	Потребление	Минимальное потребление с учетом рекомендуемой нормы	Экспорт
A1	600	400	560
A2	400	300	90
A3	150	100	80
A4	120	150	0
A5	350	300	0
A6	500	500	0
A7	500	350	10
A8	250	250	0
A9	450	400	0
A10	400	350	100

A1 сократил экспорт на 30%



	Потребление	Минимальное потребление с учетом рекомендуемой нормы	Экспорт
A1	600	400	392
A2	400	300	90
A3	150	100	80
A4	< 93	150	0
A5	350	300	0
A6	< 500	500	0
A7	500	350	10
A8	< 250	250	0
A9	450	400	0
A10	400	350	100

Сеть экспорта/импорта

В данной работе рассматривается сеть экспорта/импорта основных зерновых культур (пшеница, рис, кукуруза, просо, сорго, рожь, овес, гречиха, ячмень).

Проанализированы данные по экспорту/импорту, производству основных зерновых культур, численности населения стран за 2018, 2019, 2020 годы.

Данные по экспорту/импорту

Для анализа объёма импорта были использованы данные из базы данных Организации Объединенных Наций (UN Comtrade)*, которая ведётся статистическим отделом ООН. База данных UN Comtrade содержит детальную статистику импорта и экспорта различных товаров от статистических служб различных стран и территорий.

*UNComtrade Database [Электронный ресурс]. – URL: <https://comtrade.un.org/data/>

	Year	From	To	Value
0	2018	Afghanistan	Pakistan	2000.0
1	2018	Albania	North Macedonia	27000.0
2	2018	Albania	United Arab Emirates	966.0

Пример данных об экспорте/импорте пшеницы (в кг)

Данные по производству

Данные по производству (выращиванию зерновых культур) были получены из базы данных Продовольственной и сельскохозяйственной организации ООН (FAO).

Area	Value
Afghanistan	5185000000
Albania	233430000
Algeria	3106754000

Пример данных о производстве пшеницы в 2020 году (в килограммах)

Данные по населению

Данные по численности населения были получены с сайта ООН*.

	Area	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
0	Afghanistan	34636208	35643418	36686784	37769499	38972231	40099462	41128771
1	Albania	2881063	2879355	2877013	2873884	2866849	2854710	2842321
2	Algeria	40339329	41136546	41927007	42705369	43451666	44177969	44903225
3	American Samoa	50448	49463	48424	47321	46189	45035	44273
4	Andorra	72541	73837	75014	76343	77700	79034	79824

Пример данных о населении стран в разные годы

*UN Population Division Data Portal. – URL: <https://population.un.org/dataportal/home>

Углеводы

Углеводы играют важную роль в обеспечении энергией мозга и тела. Без них организм не может функционировать должным образом, так как углеводы являются основным источником энергии в рационе.

В нашем исследовании минимальное рекомендуемое потребление углеводов принимается равным 47.45 кг в год на человека (130 грамм в день)*.

*European Food Safety Authority (EFSA). Dietary reference values for nutrients summary report. Vol. 14. No. 12. 2017.

Содержание углеводов в зерновых культурах без тепловой обработки*

100 грамм риса содержит 79.95 грамм углеводов.

100 грамм пшеницы содержит 72.57 грамм углеводов.

100 грамм кукурузы содержит 76.85 грамм углеводов.

100 грамм ячменя содержит 73.48 грамм углеводов.

100 грамм просо содержит 72.85 грамм углеводов.

100 грамм сорго содержит 74.63 грамм углеводов.

100 грамм ржи содержит 69.76 грамм углеводов.

100 грамм овса содержит 66.27 грамм углеводов.

100 грамм гречихи содержит 71.5 грамм углеводов.

Модель

Для того чтобы учитывать экспорт/импорт, производство всех рассмотренных зерновых культур будем рассматривать величины экспорта/импорта, производства по каждому продукту в количестве углеводов.

Например, Афганистан поставил в Пакистан в 2018 году 327 тонн просо, 2 тонны пшеницы. Тогда будем считать, что экспорт из Афганистана в Пакистан составляет 239.67 ($0.7285 * 327 + 0.7257 * 2$) тонн углеводов, представленные 327 тоннами просо и 2 тоннами пшеницы.

Зависимость страны от импорта

1. Страна А зависит от импорта страны В, если для страны А импорта из В достаточно для минимальной нормы потребления рассматриваемого продукта.

Для выявления данной зависимости используются индексы группового влияния, ключевого участника.

2. Страна А зависит от импорта страны В, если в стране А будет наблюдаться нехватка потребления рассматриваемого продукта без импорта из В.

Для выявления данной зависимости вводятся индексы группового влияния, ключевого участника, учитывающие потребление.

Индексы центральности

Для выявления зависимости стран от импорта рассматриваются классические и новые индексы центральности

- Классические*:
 - PageRank
 - In-degree
- Новые**:
 - Индекс группового влияния + учитывающие потребление
 - Индекс ключевого участника + учитывающие потребление

*Newman M. E. J. The structure and function of complex networks //SIAM review. – 2003. – Т. 45. – №. 2. – С. 167-256.

**Aleskerov F., Yakuba V. Matrix-vector approach to construct generalized centrality indices in networks // NRU Higher School of Economics. Series WP7 "Mathematical methods for decision making economics, business and politics" – 2020.

In-degree

Индекс In-degree (CI^0) для страны i равен величине импорта на душу населения рассматриваемого продукта.

Предположим, что население $A - 800$ ($Pop_A = 800$), $B - 1600$, $C - 1000$, $D - 1500$.

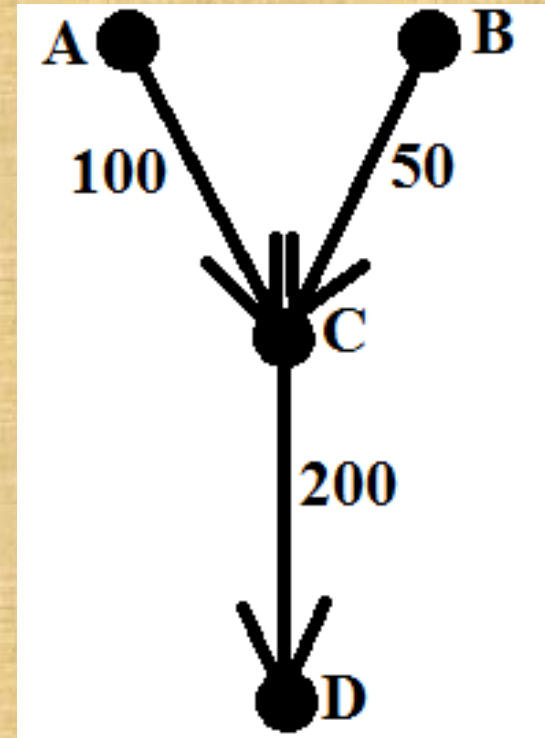
Тогда, для сети на рисунке,

$$CI^0(A) = 0,$$

$$CI^0(B) = 0,$$

$$CI^0(C) = \frac{100+50}{1000} = 0.15,$$

$$CI^0(D) = \frac{200}{1500} = 0.125.$$



Индекс группового влияния VI^0

Для каждой страны i определяется группа стран S , состоящая из экспортеров \dot{i} .

Предполагается, что в S входит не более k стран.

Индекс группового влияния $VI^0(i)$ равен количеству групп экспортеров, у которых величина суммарного экспорта на душу населения в \dot{i} не меньше установленной минимальной нормы потребления рассматриваемого продукта q_i для страны \dot{i} . Такие группы для страны \dot{i} называются критическими

Индекс группового влияния VI^0 . Пример

Предположим, что максимальное количество стран, способных одновременно влиять на другую равняется трем, $k = 3$,

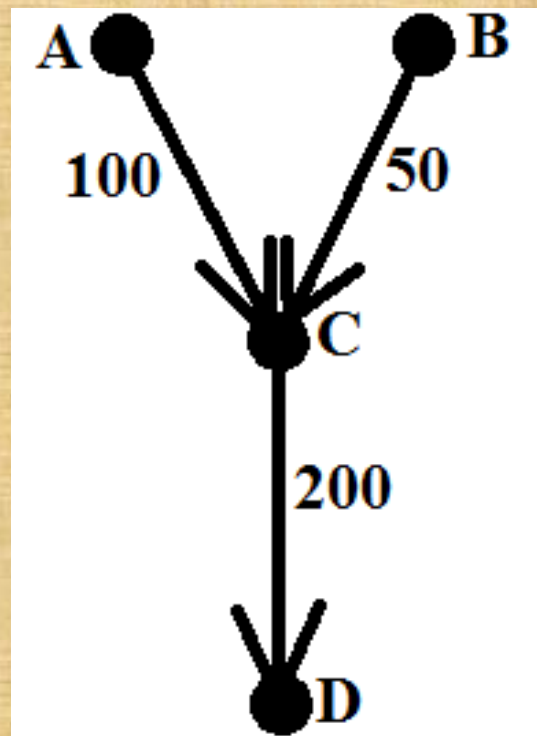
$$q_A = 0.05, q_B = 0.04, q_C = 0.06, q_D = 0.07.$$

Тогда,

$$VI^0(A) = 0, VI^0(B) = 0$$

C имеет три критические группы – $\{A\}$, $\{A,B\}$, чей суммарный экспорт не меньше 0.06, $VI^0(C) = 2$

D имеет одну критическую группу $\{C\}$, чей суммарный экспорт не меньше 0.06, $VI^0(D) = 1$



Индекс ключевого участника PI^0

Страна j называется ключевой для страны i в группе экспортеров S , если суммарное значение экспорта на душу населения в страну i для остальных входящих в S стран меньше установленной квоты q_i , а совместно с j не меньше q_i .

Индекс ключевого участника $PI^0(i)$ равен сумме произведения количества экспортеров в S на количество ключевых экспортеров для страны i по всем группам S .

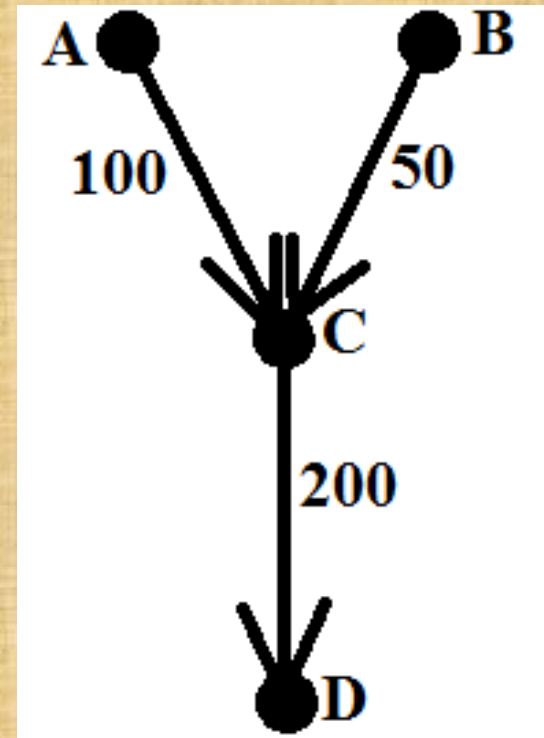
Индекс ключевого участника PI^0 . Пример

А имеет 0 групп экспортеров. Тогда, у страны А нет групп экспортеров с ключевыми участниками, $PI^0(A) = 0$

В имеет 0 групп экспортеров. Тогда, у страны В нет групп экспортеров с ключевыми участниками, $PI^0(B) = 0$

С имеет 2 критические группы экспортеров – $\{A\}$, $\{A,B\}$. В группе $\{A\}$ одна ключевая страна - А, в $\{A,B\}$ одна ключевая страна - А, $PI^0(C) = 3$

Д имеет одну группу экспортеров – $\{C\}$. В группе $\{C\}$ одна ключевая страна – С, $PI^0(D) = 1$



Потребление углеводов

Для того чтобы оценить уязвимость стран с учетом продовольственной безопасности, рассмотрим величину

FC_i (Food consumption) потребления углеводов на душу населения для страны i .

$$FC_i = \frac{P_i + I_i - E_i}{Pop_i},$$

где P_i – величина производства продовольствия страны i в углеводах, I_i – величина импорта продовольствия в i (в углеводах), E_i – величина экспорта продовольствия из i (в углеводах), Pop_i – численность населения страны i .

Дефицит потребления

Если значение $FC_i < q_i$, то в рассматриваемой стране наблюдается нехватка потребления углеводов на душу населения (величина потребления FC_i ниже установленной нормы q_i).

Для выявления наиболее уязвимых стран в подобных примерах предлагается рассмотреть индекс центральности, учитывающий потребление углеводов. В качестве такого индекса рассмотрим величину дефицита потребления углеводов D_i страны i

$$D_i = FC_i - q_i,$$

где FC_i – величина потребления углеводов населением страны i (на душу населения), q_i – значение минимальной рекомендуемой нормы потребления углеводов для страны i .

Модифицированные индексы Pivotal, Bundle

Предположим, что A, B, C, D имеют производство рассматриваемого продукта. Производство в стране A равняется 200 ($P_A = 200$), в B - 210, в C - 200, в D - 40.

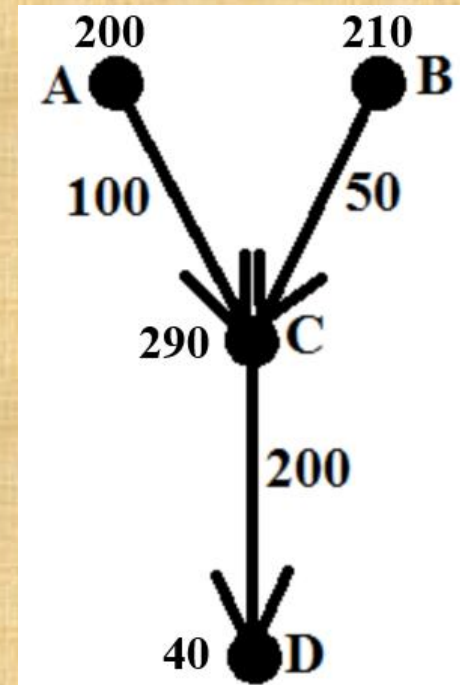
Тогда,

$$FC_A = \frac{200+0-100}{800} = 0.125, D_A = 0.125 - 0.05 = 0.075,$$

$$FC_B = \frac{210+0-50}{1600} = 0.1, D_A = 0.1 - 0.04 = 0.06,$$

$$FC_C = \frac{290+150-200}{1000} = 0.24, D_A = 0.24 - 0.06 = 0.18,$$

$$FC_D = \frac{40+200-0}{1500} = 0.16, D_A = 0.16 - 0.07 = 0.09.$$



Модифицированные индексы Pivotal, Bundle

Предположим, что А и В полностью остановят экспорт в С. Тогда,

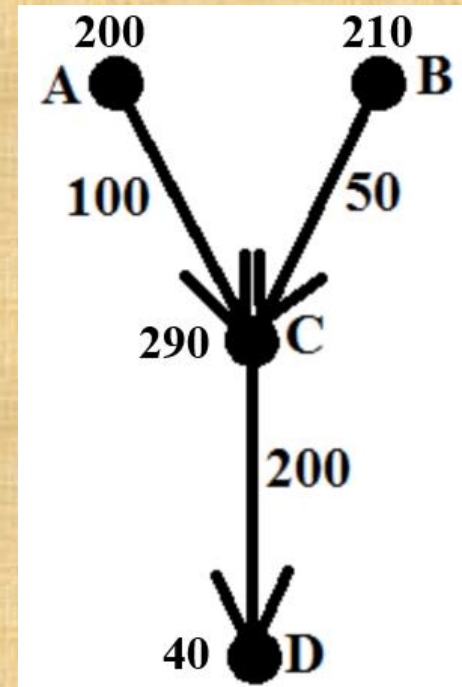
$$FC_A = \frac{200+100-0}{800} = 0.375, D_A = 0.375 - 0.05 = 0.075,$$

$$FC_B = \frac{210+50-0}{1600} = 0.1625, D_A = 0.1625 - 0.04 = 0.06,$$

$$FC_C = \frac{290+0-200}{1000} = 0.09, D_A = 0.09 - 0.06 = 0.03,$$

$$FC_D = \frac{40+200-0}{1500} = 0.16, D_A = 0.16 - 0.07 = 0.09.$$

Страна С не зависит от импорта.



Модифицированные индексы Pivotal, Bundle

Предположим, что А и В полностью остановят экспорт в С, С также остановит экспорт в D.

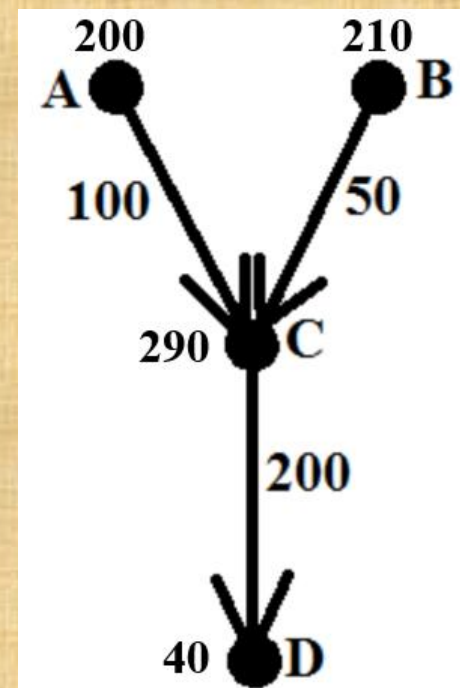
$$FC_A = \frac{200+100-0}{800} = 0.375, D_A = 0.375 - 0.05 = 0.075,$$

$$FC_B = \frac{210+50-0}{1600} = 0.1625, D_A = 0.1625 - 0.04 = 0.06,$$

$$FC_C = \frac{290+0-0}{1000} = 0.29, D_A = 0.29 - 0.06 = 0.23,$$

$$FC_D = \frac{40+0-0}{1500} \approx 0.027, D_A \approx 0.027 - 0.07 = -0.043.$$

Страна D зависит от импорта



Модифицированный индекс группового влияния

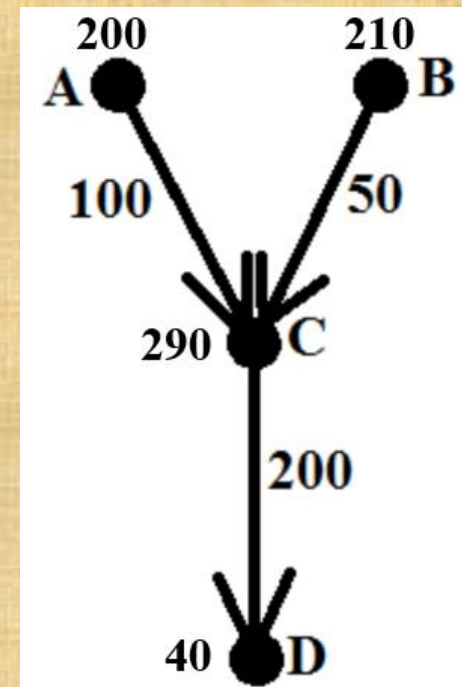
Модифицированный индекс группового влияния ${}^{CD}BI^0$ страны i равен количеству групп экспортеров, суммарный экспорт которых не меньше D_i .

Для данного примера,

$${}^{CD}BI^0(A) = 0, {}^{CD}BI^0(B) = 0,$$

У страны С нет групп стран-экспортеров, у которых суммарный экспорт на душу населения не меньше 0.18, ${}^{CD}BI^0(C) = 0$.

У страны D отсутствие экспорта из С приводит к нехватке потребления, ${}^{CD}BI^0(D) = 1$.



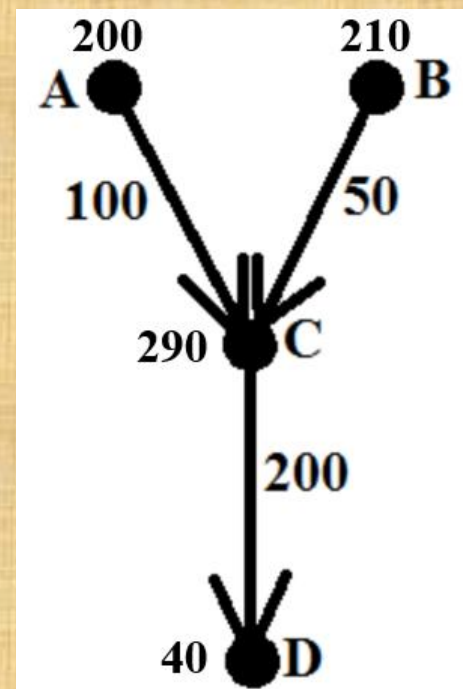
Модифицированный индекс ключевого участника

Страна является j является ключевой для страны i в группе S , если суммарный экспорт из S в i меньше D_i без j . Если $D_i < 0$, считаем, что все страны в S ключевые.

Модифицированный индекс ключевого участника ${}^{CD}PI^0$ равен сумме произведения количества экспортеров в S на количество ключевых экспортеров для страны i по всем группам S .

Для данного примера,

$${}^{CD}PI^0(A) = 0, {}^{CD}PI^0(B) = 0, {}^{CD}PI^0(C) = 0, {}^{CD}PI^0(D) = 1.$$



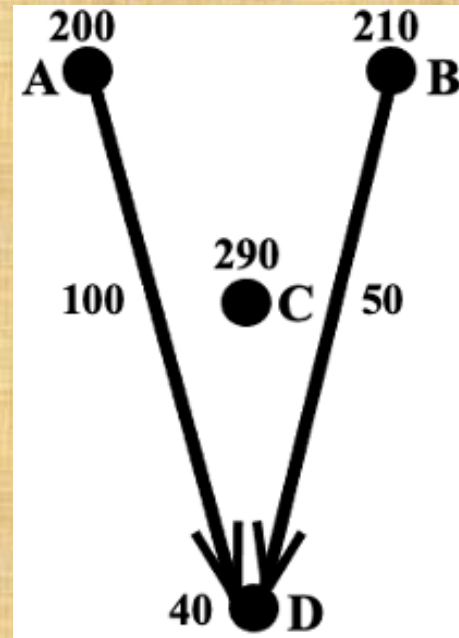
Непрямое влияние в сети

Рассматривая предыдущий пример, можно предположить, что сокращение экспорта из страны j в i может также повлиять на экспорт из i . В этом случае говорят о непрямом влиянии длины 2 страны j на импортеров страны i .

В общем случае, для цепи поставок длины k из j в i говорят о непрямом влиянии страны j на i .

Для того чтобы определить влияние страны j на i длины k рассматриваются всевозможные цепи поставок из j в i длины d . Затем, для каждой цепи определяется наименьшее величина экспорта среди стран цепи и выбирается наибольшее значение среди всех цепей.

Для непрямого влияния длины k индексы центральности $(CI^{k-1}, VI^{k-1}, PI^{k-1}, {}^{CD}VI^{k-1}, {}^{CD}PI^{k-1})$ вычисляются аналогично.



Сценарный анализ

Для моделирования последствия событий, оказывающих влияние на экспорт/импорт в сети мы используем сценарный анализ.

Основная цель заключается в нахождении наиболее уязвимых стран в случае, если какие-то страны по различным причинам не смогут экспортировать или импортировать рассматриваемые виды продовольствия.

Сценарный анализ рассматривается нами как процесс моделирования изменения потоков продуктов независимо от причин данного процесса.

Сценарный анализ

Для реализации сценарного анализа будем использовать данные по экспорту/импорту и производству зерновых культур за 2020 год.

Рассмотрим в качестве примера сценарий наводнения в Пакистане в 2022 году.

Наводнение в Пакистане

В 2022 году в Пакистане произошло сильнейшее наводнение, экспорт и производство зерновых культур в Пакистане полностью прекратилось.

Согласно информации на сайте UNICEF почти 10 миллионов детей в Пакистане страдают от недостатка еды*.

Страна	Нехватка - до наводнения (кг/чел)	- после наводнения (кг/чел)
Бурунди	-11.27	-11.32
Вануату	-18.00	-18.00
Доминика	-29.06	-29.06
ДР Конго	-12.30	-12.39
Пакистан	92.58	-38.14
Палестина	-16.80	-16.83
Папуа-Новая Гвинея	-10.79	-10.79
Сан-Томе и Принсипи	-6.92	-6.92
Соломоновы о-ва	-4.93	-4.93
Сомали	-12.49	-12.49
Союз Коморских островов	44.44	-8.60
ЦАР	-25.24	-25.24
Черногория	-7.43	-7.91

*UNICEF [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.unicef.org/emergencies/devastating-floods-pakistan-2022>

Зависимость от импорта

	PageRank, до сценария	In-degree CI^0 , до сценария	Группового влияния VI^0 , до сценария	Ключевого участника PI^0 , до сценария	Группового влияния $CDVI^0$, до сценария	Ключевого участника $CDPI^0$, до сценария	Ключевог о участника PI^0 , после сценария	Групповог о влияния $CDVI^0$, после сценария	Ключевого участника $CDPI^0$, после сценария
1	Израиль	Сент-Люсия	Нидерланды	Нидерланды	Демократическая республика Конго	Демократическая республика Конго	Нидерланды	Демократическая республика Конго	Демократическая республика Конго
2	Палестина	Нидерланды	Бельгия	Бельгия	Черногория	Черногория	Бельгия	Черногория	Черногория
3	Катар	Израиль	ОАЭ	ОАЭ	Словения	Словения	ОАЭ	Пакистан	Пакистан
4	Оман	Виргинские острова	Испания	Испания	Конго	Палестина	Испания	Словения	Словения
5	Бенин	Бельгия	Ирландия	Саудовская Аравия	Палестина	Бурунди	Ирландия	Конго	Палестина

Выводы

- Создана модель сетевого анализа в условиях глубокой неопределенности.
- Эта модель позволяет рассматривать различные сценарии развития ситуации.
- Предложены новые модели поиска уязвимых стран с точки зрения продовольственной безопасности.
- Выявлены страны, наиболее уязвимые к поставкам зерновых культур до и после наводнения.

Спасибо за внимание!

ИСТОЧНИКИ

- Eurostat (2019). Migration and migrant population statistics. Retrieved 10.04.2019 from [https://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php/Migration_and_migrant_population_statistics]
- OECD.Stat (2019). International Migration Database. Retrieved 20.11.2019 from [<https://stats.oecd.org/Index.aspx?DatasetCode=MIG>]
- United Nations, Department of Economic and Social Affairs, Population Division (2009). International Migration Flows to and from Selected Countries: The 2008 Revision. (United Nations database, POP/DB/MIG/Flow/Rev.2008).
- United Nations, Department of Economic and Social Affairs, Population Division (2015). International Migration Flows to and from Selected Countries: The 2015 Revision (POP/DB/MIG/Flow/Rev.2015).
- Newman M.E.J. (2003) The Structure and Function of Complex Networks // SIAM Review, 45(2), pp. 167–256.
- Fagiolo G., Mastroiello M. International migration network: Topology and modeling //Physical Review E. – 2013. – T. 88. – №. 1. – C. 012812.
- Tranos E., Gheasi M., Nijkamp P. International migration: a global complex network //Environment and Planning B: Planning and Design. – 2015. – T. 42. – №. 1. – C. 4-22.
- Aleskerov F., Andrievskaya I., Permjakova E. (2014) Key borrowers detected by the intensities of their short-range interactions, National Research University Higher School of Economics Basic Research Program Working Paper, Series Financial Economics, WR BRP, 33/FE/2014, 18 p.
- Aleskerov F., Meshcheryakova N., Shvydun S. (2017) Power in Network Structures. In: Kalyagin V., Nikolaev A., Pardalos P., Prokopyev O. (eds) Models, Algorithms, and Technologies for Network Analysis. NET 2016. Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, v. 197. Springer, Cham.
- Aleskerov F., Yakuba V. (2020) Matrix-vector approach to construct generalized centrality indices in networks. WP7/2020/01. Moscow: Higher School of Economics Publ. House, 21 p. SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3597948>

Проблема устойчивости

- Aleskerov F., Shvydun S. (2019) Stability and Similarity in Networks Based on Topology and Nodes Importance. In: Aiello L., Cherifi C., Cherifi H., Lambiotte R., Lió P., Rocha L. (eds) Complex Networks and Their Applications VII. COMPLEX NETWORKS 2018. Studies in Computational Intelligence, vol 812. Springer, Cham
https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-05411-3_8